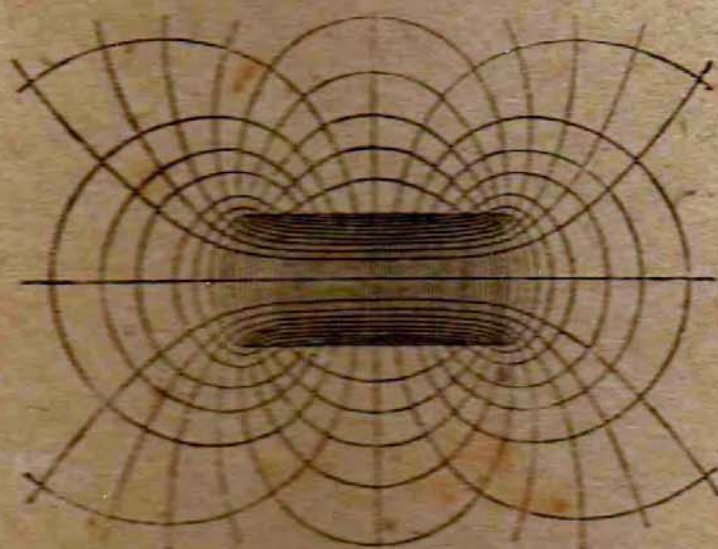


Э. ЯССЕ

ЭЛЕКТРОМАГНИТЫ



ОНТИ • ЭНЕРГОИЗДАТ • 1934

Э. ЯССЕ

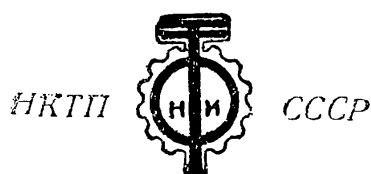
ЭЛЕКТРОМАГНИТЫ

ПЕРЕВОД С НЕМЕЦКОГО
инж. ФРИДА Е. С., ГОЛЬДФАРБА Л. С.
и ФИЛИППОВИЧА Б. И.

Допущено Главным управлением учебных
заведений НКТП в качестве учебного посо-
бия для энергетических вузов

Л. Филиппович

*23/12 * 30/12 1934*



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

МОСКВА

1934

ЛЕНИНГРАД

Нужно еще связать между собой величины d и d_1 . Здесь придется отдельно рассмотреть два случая: 1) принять постоянным коэффициент заполнения

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d^2}{d_1^2} \quad (I)$$

и 2) постоянным толщину изоляции

$$d_1 = d + a. \quad (II)$$

Чтобы найти наивыгоднейшее значение d , нужно приравнять нулю первую производную Φ по d .

Для первого случая после небольших преобразований получаем уже известный нам результат:

$$r = R. \quad (12a)$$

А для второго случая, вводя r , находим

$$\frac{r}{R} = \frac{d}{d_1}. \quad (12b)$$

Для тонкого провода отношение $\frac{d}{d_1}$ сильно отличается от единицы. В известных пределах толщины провода, где увеличение диаметра от изоляции можно считать практически постоянным, применяется формула (12b). Для толстого же провода оба равенства (12a) и (12b) дают приблизительно один и тот же результат. Поэтому при широких пределах изменения диаметров провода и толщины изоляции ни та, ни другая формула не дают абсолютной точности. Однако практически они дают вполне удовлетворительные результаты, так как получающиеся небольшие отклонения от максимума большого значения не имеют. Что касается потерь в катушке, то предельное их значение также обуславливается равенством (12a). Уравнение $W = \frac{U^2}{2R}$ как раз и дает ту предельную величину потерь, которую катушка должна выдерживать.

3. Магниты с короткозамкнутыми витками для переменного тока

В гл. V говорилось, что в трехфазных электромагнитах при условии абсолютной симметричности можно получить постоянную по величине силу притяжения. При этом исчезает тот характерный и бывающий достаточно сильным шум, который сопровождает работу однофазных магнитов вследствие пульсации силы притяжения. Практически трехфазные магниты не представляют собой идеального случая, так как в них три поля действуют на различные точки якоря, расположенные сравнительно далеко друг от друга, и поэтому во время работы магнита всегда бывает слышен некоторый шум. На каждом полюсе возникает вследствие несимметричности магнитной и электрической системы еще дополнительное однофазное поле, которое и нарушает правильную работу магнита. Чтобы устранить или во всяком случае ослабить это нежелательное явление, уже давно применяется следующее средство: на половине каждого полюса, на его конце, насаживается короткозамкнутый виток. Тогда в этой части полюса поток будет несколько сдвинут по фазе и, следовательно, не будет такого положения,

при котором суммарная сила притяжения всего полюса будет равняться нулю.

Исследуем подробно работу однофазного электромагнита с такими экранированными полюсами, чтобы выяснить действие этого мероприятия и найти теоретическое объяснение происходящих при этом явлений.

На фиг. 98 изображен простой электромагнит с якорем, на обоих полюсах которого расположены короткозамкнутые витки. Расположение намагничивающей катушки показано на чертеже пунктиром. Знаком $\oplus$, $\cdot$ и стрелками здесь указаны направление тока в катушке и определяемое им направление главного потока Φ , который разделяется на два: Φ_1 и Φ_2 , проходящие соответственно через обе части поверхности полюса q_1 и q_2 через воздушный зазор δ в якорь.

Для этого случая можно написать следующие равенства:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2, \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \pi n_1 i_1 = \Phi_1 \frac{\delta}{q_1} = \Phi_1 \frac{\delta}{q_2} = 4 \pi n_2 i_2. \quad (14)$$

Здесь вследствие своей незначительной величины магнитное сопротивление железа не принято во внимание.

Равенство (14) можно представить в иной форме:

$$n_1 \Phi = \frac{1}{1} L_1 i_1 + M i_2, \quad (15a)$$

$$n_2 \Phi_2 = L_2 i_2 + \frac{1}{2} M i_1, \quad (15b)$$

где коэффициенты самоиндукции и взаимной индукции выражаются следующим образом:

$$L_1 = 4 \pi n_1^2 \frac{q_1 + q_2}{\delta}; \quad M = 4 \pi n_1 n_2 \frac{q_2}{\delta};$$

$$L_2 = 4 \pi n_2^2 \frac{q_2}{\delta}. \quad (16)$$

Предположим, что к клеммам главной катушки приложено переменное синусоидальное напряжение. Тогда, если обозначить через r_1 и r_2 сопротивления катушек, можно будет написать

$$i_1 r_1 + n_1 \frac{d\Phi}{dt} = u = U \sin \omega t, \quad (17a)$$

$$i_2 r_2 + n_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = 0. \quad (17b)$$

Подставим сюда величину потока из формул (15a) и (15b) и решим получившиеся дифференциальные уравнения. Если ограничиться рассмотрением только установившегося режима работы, то получим

$$i_1 = I_1 \sin(\omega t + \varphi_1); \quad i_2 = I_2 \sin(\omega t + \varphi_2). \quad (18)$$

Подставляя эти выражения в равенства (17a) и (17b), можно будет найти все четыре неизвестные величины: амплитуды I_1 и I_2 и углы сдвига фаз φ_1 и φ_2 . Чтобы не затруднять читателя, мы не будем приводить здесь всего расчета полностью, а покажем только окончательные результаты. Для упрощения введем следующие обозначения:

$$\text{коэффициент трансформации} \quad v = \frac{MI_1}{L_2 I_2} \quad (19)$$

Коэффициент рассеяния

$$k^2 = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} = \frac{q_1}{q_1 + q_2}, \quad (20)$$

угол потерь

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{r_2}{\omega L_2} \quad (21)$$

$$k^2 - \frac{2r_1}{\omega L_1} \cdot \frac{r_2}{\omega L_2} = a; \quad \frac{2r_1}{\omega L_1} + \frac{r_2}{\omega L_2} = b. \quad (22)$$

Из уравнений (17a), (17b) и (18) мы получаем следующие равенства:

$$\text{tg } \varphi_2 = -\frac{a}{b}, \quad (23)$$

$$\text{tg } \varphi_1 = \text{tg } (\varphi_2 - \varepsilon), \quad (24)$$

$$\frac{U}{I_1 \omega L_1} \cdot v = \frac{a}{\sin \varphi_2}, \quad (25)$$

$$v = \frac{2}{\cos \varepsilon}. \quad (26)$$

Из равенств (23) и (24) следует, что если a положительно, что обычно и бывает в большинстве случаев, то угол φ_2 лежит во второй четверти; а так как угол находится в четвертой четверти, то из уравнения (24) получаем

$$\varphi_1 = \varphi_2 - \varepsilon - \pi. \quad (27)$$

Угол φ_1 имеет отрицательную величину, так что ток I_1 отстает от приложенного напряжения U .

Подсчитаем теперь ту притягивающую силу, с которой действует на якорь выходящий из полюса поток. Из формулы (16a) гл. IV имеем

$$Z = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{\Phi_1^2}{q_1} + \frac{\Phi_2^2}{q_2} \right] = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{(\Phi - \Phi_2)^2}{q_1} + \frac{\Phi_2^2}{q_2} \right]. \quad (28)$$

Подставим сюда значения Φ и Φ_2 из уравнений (15a) и (15b), используя при этом равенство (18). Принимая во внимание равенства (16), (19) и (26), можно значительно упростить полученный результат.

Подсчитаем теперь силу притяжения в случае отсутствия короткозамкнутых витков. Если обозначить среднее значение ее через Z_0 , то получим

$$Z_0 = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{4\pi n_1 l_1}{2\delta \cdot \sqrt{2}} \right)^2 \cdot (q_1 + q_2) = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{L_1^2 I_1^2}{8n_1^2 (q_1 + q_2)}, \quad (29)$$

а разделив равенство (28) на (29), после необходимых упрощений и преобразований окончательно будем иметь

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{q_1 + q_2 \sin^2 \varepsilon}{q_1 + q_2} - \frac{q_1}{q_1 + q_2} \cos 2(\omega t + \varphi_1) + \frac{q_2 \sin^2 \varepsilon}{q_1 + q_2} \cos 2(\omega t + \varphi_2). \quad (30)$$

Это равенство можно разложить на два:

$$\frac{Z_1}{Z_0} = \frac{q_1}{q_1 + q_2} [1 - \cos 2(\omega t + \varphi_1)], \quad (31a)$$

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \frac{q_2}{q_1 + q_2} \sin^2 \varepsilon [1 - \cos 2(\omega t + \varphi_2)]. \quad (31b)$$

Легко можно убедиться, особенно подсчетом, что Z_1 представляет собой силу, производимую поверхностью q_1 , а Z_2 — экранированным участком поверхности полюса q_2 . Так как в ее выражении имеется множитель $\sin^2 \varepsilon$, то эта сила Z_2 весьма мала. Благодаря тому, что углы φ_1 и φ_2 имеют различные значения, то силы, производимые различными частями поверхности полюса, проходят через нуль в различные моменты времени, и поэтому суммарная сила притяжения якоря никогда не бывает равной нулю.

Найдем теперь эту суммарную силу. Вообще говоря, сила притяжения магнита состоит из двух компонентов постоянного среднего значения:

$$\frac{Z_m}{Z_0} = \frac{q_1 + q_2 \sin^2 \varepsilon}{q_1 + q_2} \quad (32a)$$

и из члена, меняющегося по времени,

$$\frac{Z_t}{Z_0} = -\frac{q}{q_1 + q_2} \cos 2(\omega t + \varphi_1) + \frac{q_2 \sin^2 \varepsilon}{q_1 + q_2} \cos 2(\omega t + \varphi_2). \quad (32b)$$

Из этих уравнений видно, что среднее значение силы притяжения при существовании короткозамкнутых витков меньше, чем без них, так как числитель в выражении (32a) меньше знаменателя.

Особо важное значение для нас имеет вопрос о наименьшем значении, которое принимает сила притяжения. Переменная часть ее согласно уравнению (32b) состоит из двух величин, изменяющихся по закону косинуса. Однако их можно заменить и одной косинусоидальной величиной, амплитуда которой находится следующим образом:

$$a \cdot \cos(\varphi + \alpha) + b \cos(\varphi + \beta) = c \cdot \cos(\varphi + \gamma),$$

$$\varphi = 0; c \cdot \cos \gamma = a \cdot \cos \alpha + b \cdot \cos \beta,$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}; c \cdot \sin \gamma = a \cdot \sin \alpha + b \cdot \sin \beta,$$

следовательно,

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos(\alpha - \beta).$$

А отсюда амплитуда переменной силы притяжения будет равна

$$\frac{Z_a}{Z_0} + \frac{1}{q_1 + q_2} \sqrt{q_1^2 + (q_2 \sin^2 \varepsilon)^2 - 2 q_1 q_2 \sin^2 \varepsilon \cdot \cos 2(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

или, принимая во внимание равенство (27) после некоторых преобразований,

$$\frac{Z_a}{Z_0} = \frac{1}{q_1 + q_2} \sqrt{q_1^2 + (q_2^2 + 4q_1 q_2) \sin^4 \varepsilon - 2q_1 q_2 \sin^2 \varepsilon}. \quad (33)$$

Наименьшее значение сила притяжения будет иметь тогда, когда эта амплитуда вычитается из ее среднего значения:

$$\begin{aligned} \frac{Z_m - Z_a}{Z_0} &= \frac{q_1 + q_2 \sin^2 \varepsilon}{q_1 + q_2} \\ &- \frac{1}{q_1 + q_2} \sqrt{q_1^2 + (q_2^2 + 4q_1 q_2) \sin^4 \varepsilon - 2q_1 q_2 \sin^2 \varepsilon}. \end{aligned} \quad (34)$$

При $\varepsilon = 0$ она тоже будет равна нулю; это означает, что если короткозамкнутый виток совершенно не обладает омическим сопротивлением, т. е. если возникающий в нем ток полностью уничтожает поток в экранированной части полюса, то сила притяжения создается только поверхностью q_1 и, следовательно, при прохождении потока этой части полюса через нуль, тоже обращается в нуль. При $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ тоже $Z_m - Z_a = 0$, так как в этом случае или $r_2 = \infty$ или $L_2 = 0$, т. е. короткозамкнутая обмотка как бы отсутствует. Между этими двумя границами лежит, очевидно, значение ε , при котором эта наименьшая сила притяжения имеет максимум. Его можно найти, приравняв нулю первую производную $Z_m - Z_a$ по ε . Таким образом условие максимума будет

$$\sin^2 \varepsilon = \frac{2q_1}{4q_1 + q_2}. \quad (35)$$

Это простое условие дает нам возможность совершенно точно установить размеры короткозамкнутой обмотки. Используя уравнение (23), получаем

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{r_2}{\omega L_2} = \sqrt{\frac{2q_1}{2q_1 + q_2}}. \quad (35a)$$

Не нужно забывать, что здесь в выражение для L_2 входит величина воздушного зазора δ , так что наивыгоднейшие условия мы можем установить только лишь для какой-нибудь определенной величины воздушного зазора. На практике это не играет большого значения, так как обычно на полюса магнита накладывается пластинка из какого-нибудь немагнитного материала во избежание прилипания якоря. Таким образом воздушный зазор имеет определенную величину, и следовательно, формулой (35) можно пользоваться для практических расчетов.

Максимальная величина наименьшей мгновенной силы получается при подстановке выражения (35) в уравнение (34):

$$\left(\frac{Z_m - Z_a}{Z_0} \right)_{\max} = \frac{q_1}{q_1 + q_2} \cdot \frac{2q_2}{4q_1 + q_2}. \quad (36)$$

Предположим, для примера, что $q_1 = q_2$, тогда

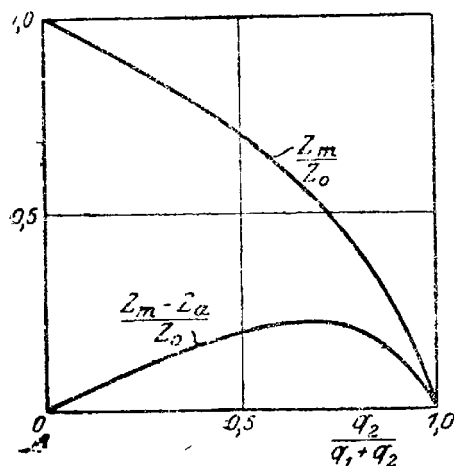
$$\frac{Z_m - Z_a}{Z_0} = \frac{1}{5}.$$

Среднее значение силы притяжения при соблюдении условия (35) принимает значение

$$\frac{Z_m}{Z_0} = \frac{q_1}{q_1 + q_2} \cdot \frac{4q_1 + 3q_2}{4q_1 + q_2}, \quad (37)$$

следовательно, в случае $q_1 = q_2$ мы получаем, что

$$\frac{Z_m}{Z_0} = \frac{7}{10},$$



Фиг. 99.

т. е. что среднее значение силы притяжения на 30% меньше, чем при отсутствии короткозамкнутых витков.

Чтобы показать влияние величины экранированной поверхности, на фиг. 99 изображены в виде кривых оба выражения (36) и (37) в зависимости от отношения $\frac{q_2}{q_1 + q_2}$.

Мы видим, что средняя величина силы притяжения Z_m с возрастанием площади, охватываемой короткозамкнутой обмоткой, очень быстро падает, а наименьшее мгновенное значение $Z_m - Z_a$ сперва растет, пока не до-

стигнет максимума при $q_2 = \frac{2}{3} (q_1 + q_2)$, а затем тоже быстро убывает.

Чтобы как можно больше уменьшить шум магнита, нужно, чтобы экранированная площадь приближалась к этому значению. Но при этом, конечно, не следует допускать уменьшения среднего значения силы ниже некоторого предела. Максимальная величина, которой достигает наименьшая сила, — это $\frac{2}{9}$ от среднего значения силы при неэкранированном полюсе. Но так как это среднее значение вследствие экранирования равняется только $\frac{5}{9}$ той величины, какая была бы при отсутствии короткозамкнутой обмотки, то отношение наименьшей силы к среднему значению здесь будет более благоприятное, т. е. $\frac{2}{9}$ или 40%. Его и нужно рассматривать как предельное, от которого не следует отступать, чтобы не снижать чрезмерно эффективности магнита.

Во всех приведенных выше выводах мы пренебрегали магнитным сопротивлением железа. Для уравнений тока это не имеет большого значения, так как коэффициентам самоиндукции мы можем придавать любые значения. Для расчета же силы притяжения магнита применяется очень простое выражение (5), и потому величина ее, а также и условия наивыгоднейших размеров могут измениться, если учесть сопротивление железа.

Процессы, протекающие в электромагнитах с короткозамкнутыми витками, графическим способом были исследованы Андерсоном, причем результаты этих исследований были им подтверждены осциллографическими сним-

ками, причем наивыгоднейшим соотношением экранированной и неэкранированной поверхностей полюсов он нашел равным $q_2 = 2q_1$. Точно такой же результат и мы получили аналитическим путем, о чем говорилось несколько выше.

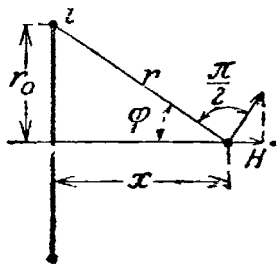
4. Напряженность поля, самоиндукция, рассеяние

Для расчета катушек без железного магнитопровода часто бывает необходимо определить поле внутри катушки. Поэтому попробуем вывести формулу, которая давала бы возможность подсчитать напряженность поля хотя бы на оси катушки.

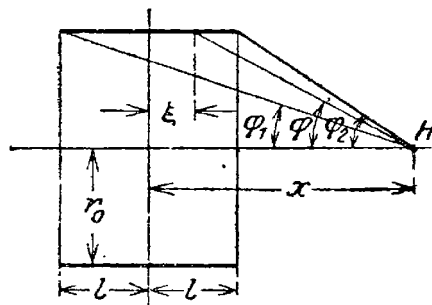
По закону Био-Савара напряженность поля H на расстоянии r от элемента проводника длиной ds , по которому протекает ток i , равна

$$dH = \frac{i ds}{r^2} \cdot \sin \alpha, \quad (38)$$

где α есть угол между направлением тока и радиусом-вектором r . Если проводник образует круг радиусом r_0 и мы возьмем какую-либо точку,



Фиг. 100.



Фиг. 101.

лежащую на его оси на расстоянии x от плоскости круга, как показано на фиг. 100, то для любой точки проводника угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Таким образом напряженность поля в рассматриваемой точке на оси кольца будет направлена по этой оси, и так как все расстояния до любой точки кольца совершенно одинаковы, то согласно формуле (38) она будет равна

$$H = \int_0^{2\pi r_0} \frac{i ds}{r^2} \sin \varphi = 2\pi r_0 \frac{i}{r^2} \sin \varphi.$$

Так как

$$r^2 = r_0^2 + x^2 \text{ и } r \sin \varphi = r_0,$$

то

$$H = 2\pi \frac{i}{r_0} \sin^3 \varphi = 2\pi i \frac{r_0^2}{\sqrt{(r_0^2 + x^2)^3}}. \quad (39)$$

Причем здесь предполагается, что толщина провода ничтожно мала по сравнению с радиусом круга. Если вместо одного взять n проводов и если суммарное сечение их будет еще достаточно мало по сравнению с радиусом