

Вы используете при расчётах это уравнение?

$$P_d = b_w \sum_{i=1}^n I_i \frac{1}{h_i \delta} H_i^2 \left[(1 + \alpha_i^2) G_1(\Delta_i) - 4\alpha_i G_2(\Delta_i) \right]$$

Если нет, ваши магнитопроводы окажутся горячее, чем вы ожидали

Потери в обмотках вследствие эффекта близости

Автор: Dr. Ray Ridley
Перевод: Артём Терёшковский

Проблема, с которой я всегда сталкивался, сводилась к следующему: с чего начать? Существуют сотни методик расчётов, уравнений и рекомендаций, использование которых позволяет качественным магнитопроводам работать надлежащим образом. Если начинать с самых основ, придётся воспроизвести множество различных формул, прежде чем мы доберёмся до тех, которые будем использовать на практике.

Поэтому я решил двигаться в обратном направлении – начать с наиболее сложной проблемы, с которой неизменно сталкивается каждый инженер при разработке электромагнитных компонентов. Такой подход поможет понять уровень проблемы даже в относительно несложных разработках.

Эффект близости: что это?

Под действием магнитного поля, созданного вблизи проводника, на его поверхности возникают токи, генерирующие магнитное поле, противоположное первоначальному, которое “вытесняет” ток из внутренней области проводника. Скин-эффект является фундаментальным эффектом на высокой частоте, проявляющимся как в отдельном проводнике, так и в обмотках магнитных компонентов.

Вихревые токи составляют незначительную часть полного тока, протекающего в проводнике, но вызывают перераспределение тока из глубины на поверхность и увеличивают рассеиваемую мощность.

Многие инженеры знакомы с понятием «скин-эффект», однако используют рудиментарные методики для оценки степени влияния скин-эффекта на их разработки. Скин-эффект вызывает концентрацию переменных токов вблизи поверхности проводника. Глубина скин-слоя определяется как расстояние ниже

поверхности, где плотность тока падает на 1/e от значения на поверхности (е-основание натурального логарифма). Из-за уменьшения зоны проникновения от времени, глубина скин-слоя изменяется обратно пропорционально квадратному корню от частоты. На **Рисунке 1** показан разрез одиночного изолированного проводника в свободном пространстве, через который протекает переменный ток.

Относительная плотность тока (A)

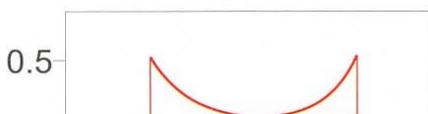


Рисунок 1. Распределение тока в изолированном проводнике в свободном пространстве

Глубина скин-слоя легко может быть определена по формуле:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} \quad (1)$$

где $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ — магнитная проницаемость вакуума,
 ω — круговая частота,
 σ — проводимость материала (проводимость меди составляет $5,8\cdot 10^7$ при комнатной температуре)

Данное уравнение показывает, что при 60 Гц глубина скин-слоя составляет около 8.5 мм. Это означает, что если вы не будете использовать провод диаметром более 8.5 мм, влияние скин-эффекта на рассеиваемую мощность будет незначительно. При частоте 100 кГц глубина скин-слоя уменьшается до 0.2 мм. Если толщина используемого провода не превышает это значение, расчёт покажет, что ситуация в порядке.

Так ли это на самом деле? К сожалению, нет. Если ваш электромагнитный компонент не состоит из одиночного проводника в свободном пространстве, к которому уравнение (1) применимо напрямую, реальные потери в обмотке будут значительно выше.

Такая ситуация обусловлена эффектом близости, который вызывает дополнительные потери в проводниках, находящихся в непосредственной близости от других проводников, проводящих ток. Эти потери являются результатом вихревых токов, создаваемых в проводнике под действием токов, протекающих в близлежащих проводниках. Эффект близости имеет тенденцию становиться доминирующим в образовании потерь в проводниках магнитных компонентов на высоких частотах, особенно когда обмотки многослойные.

Потери вследствие эффекта близости всегда значительно превышают потери из-за вихревых токов, поэтому существенно влияют на перегрев и методику проектирования всех высокочастотных электромагнитных компонентов. Даже если ваша обмотка состоит всего из одного витка, тот факт, что под обмоткой присутствует сердечник, влияет на распределение тока в проводнике, как показано на **Рисунке 2**.

На этом рисунке показан поперечный разрез индуктивности, состоящей из сердечника с центральным керном, и однослойной обмотки. Голубым фоном показан ток, втекающий в плоскость рисунка, а красным — вытекающий из плоскости рисунка. Интенсивность закрашки соответствует плотности тока в данной части проводника.

Обратите внимание, что протекающий ток сместился к внутренней стороне обмотки. Это происходит потому, что ток высокой частоты распределяется в проводнике таким образом, чтобы уменьшить наведённую индуктивность. Чем меньше площадь, охваченная током, тем меньше индуктивность.

Концентрация тока вблизи поверхности проводника вызывает увеличение его сопротивления переменному току, но определение этого сопротивления не поддаётся расчёту при помощи лишь одного уравнения. Для решения проблемы придётся прибегнуть к более сложным расчётам.

Определение потерь, вызываемых эффектом близости

Любой электромагнитный элемент является сложным трёхмерным объектом, который с трудом поддаётся строгому аналитическому моделированию. Те из вас, у кого имеется доступ к суперкомпьютерам, могут попробовать применить программы, реализующие **метод конечных элементов** для моделирования всех трёхмерных полей и токов, однако такой подход описывает процессы в законченной разработке и не даёт представления о том, как эту разработку следует делать.

При проектировании электромагнитных элементов мы должны трансформировать сложную трёхмерную модель в одномерную. Для получения результатов аналитическим путём следует рассматривать каждый слой обмотки как единый проводник, размеры которого не меняются в плоскости x-y. Конечно, такой подход является значительным упрощением, однако получаемые с его помощью результаты позволяют создать методику, значительно улучшающую разработку качественных электромагнитных узлов.

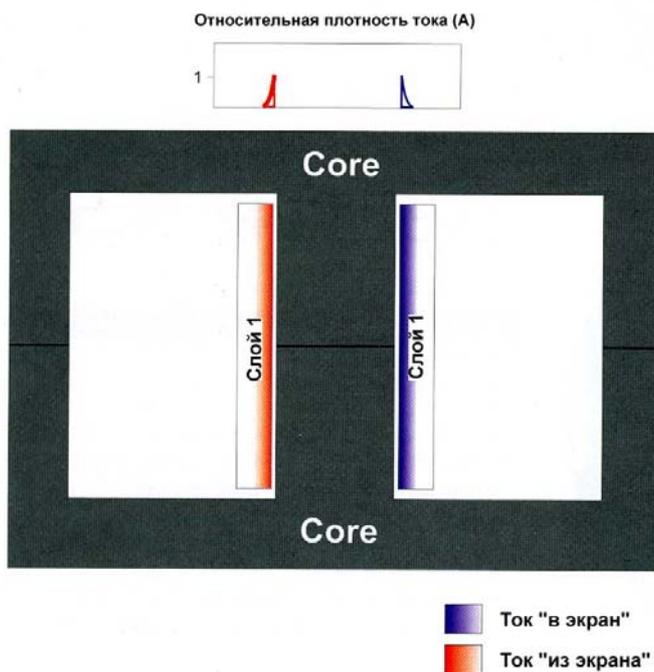


Рисунок 2. Распределение тока в однослойной обмотке дросселя

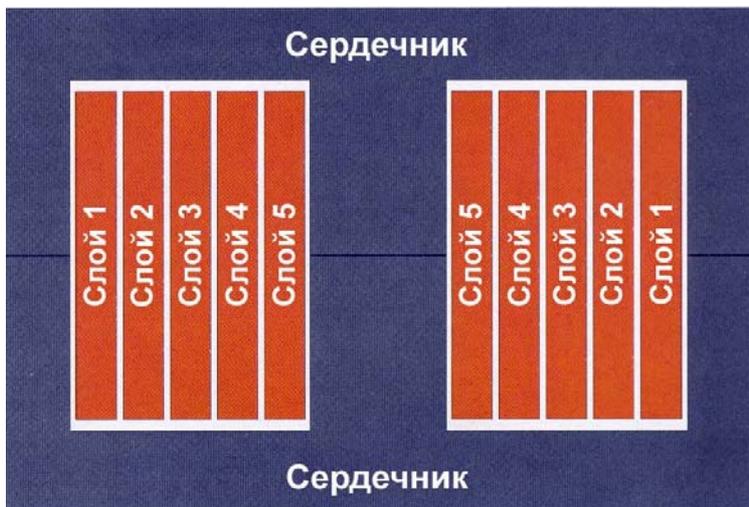


Рисунок 3. Сечение дросселя с пятислойной обмоткой

Теоретические вычисления потерь для скин-эффекта и эффекта близости базируются на условии, что магнитное поле параллельно оси обмотки по всей длине. Практически, вблизи концов обмотки возникает дивергенция поля, влияние которой трудно оценить и еще труднее вычислить. Магнитное поле вообще менее интенсивно на краях, что могло бы приводить к небольшому снижению потерь в проводниках выводов. Если в качестве сердечника используется магнитопровод закрытого типа, который закрывает края обмоток (типа бронированного сердечника), то дивергенция поля свертывается и соответствующие потери тоже.

На **Рисунке 3** показан разрез дросселя, образованного пятью слоями катушки вокруг центрального ядра E-

образного сердечника. Электромагнитное поле будем считать практически неизменным во всех участках проводника.

На **Рисунке 4** показан разрез одной стороны катушки, содержащей обмотку из пяти слоев. Обмотки урезаны в горизонтальной плоскости, однако подразумевается, что они не имеют краевого эффекта. Это позволяет считать поля $H_1 \dots H_6$ между слоями обмоток как однородные на всем протяжении вдоль слоев. Слои обмоток рассматриваются как однородные медные проводники прямоугольного сечения (фольга). Слой может быть образован отдельными проводниками, которые должны быть аппроксимированы в эквивалентную фольгу. Рассмотрение этого вопроса находится за рамками данной статьи.

Уравнение Дуэлла

Даже такая простая ситуация оборачивается трудноразрешимой проблемой. К счастью для современных инженеров, она решена, поэтому всё, что от нас потребуется – понять и правильно применить результат.

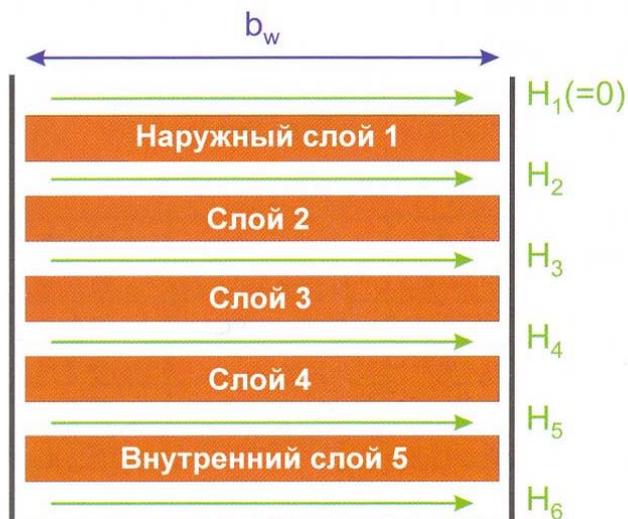


Рисунок 4. Структура многослойной обмотки с изменением по оси z

В заголовке статьи приведено уравнение Дуэлла. В нём общая рассеиваемая мощность обмотки выражена как сумма потерь в каждом из слоев от 1 до n. Этот решающий момент аналитического подхода позволяет нам определять потери в обмотке на ненулевых частотах. Приведенное уравнение становится ещё более устрашающим после расшифровки следующих членов:

$$G_1(\Delta) = \Delta \frac{\sinh 2\Delta + \sin 2\Delta}{\cosh 2\Delta - \cos 2\Delta} \quad (2)$$

$$G_2(\Delta) = \Delta \frac{\sinh \Delta \cos \Delta + \cosh \Delta \sin \Delta}{\cosh 2\Delta - \cos 2\Delta}$$

Эти формулы являются комбинацией обычных тригонометрических функций и гиперболических, о которых большинство из нас наверняка не вспоминали после окончания высшей школы.

Аргумент Δ является отношением толщины слоя к глубине скин-слоя на заданной частоте.

$$\Delta_i = \frac{h_i}{\delta} \quad (3)$$

где h_i является толщиной i -го слоя, δ – глубина скин-слоя, см. уравнение (1)

На этом этапе вы можете почувствовать себя очарованными элегантностью этих математических выражений. Тем более, что эта тема - не из самых лёгких для восприятия. Как многие другие инженеры, практикующие в области создания импульсных источников питания, я был не в состоянии заставить себя потратить кучу времени на осмысление и практическое применение результатов анализа, приведенных в источниках очень продвинутых авторов.

Наиболее одержимые среди читателей попытаются немедленно использовать это уравнение на практике. Для этого вам потребуется следующая информация.

Напряжённость поля на границе i -го слоя описывается как:

$$H_i = \frac{N_i I_i}{b_w} \quad (4)$$

где N – число витков в данном слое, I – ток, протекающий в каждом витке. Ширина намотки обозначается как b_w , а длина витка в слое i – как l_i .

Нам понадобится ещё один элемент α_i , обозначающий отношение полей на границе i -го слоя. Согласно принятому порядку расчёта, меньшее значение напряжённости поля всегда подставляется в числитель. Для рассматриваемого примера с пятислойной обмоткой, значения коэффициентов будут следующие:

$$\alpha_1 = \frac{H_1}{H_2} = 0 \quad \alpha_2 = \frac{H_2}{H_3} = \frac{1}{2} \quad \alpha_3 = \frac{H_3}{H_4} = \frac{2}{3} \quad \alpha_4 = 0.75 \quad \alpha_5 = 0.8$$

(Примечание: значения этих коэффициентов являются одним из показателей «эффективности» обмотки. Приближение значения к единице означает, что ток, протекающий в данном слое, оказывает минимальное влияние на поля по обеим сторонам слоя. Самые эффективные обмотки имеют соответствующие им значения α_i , равные -1 , которые могут быть достигнуты только в обмотках трансформаторов. Для этого слои обмоток должны быть расположены таким образом, чтобы ток в каждом слое изменял направление поля на противоположное).

Для выполнения вычислений по данным уравнениям формулы могут быть введены в MathCad или Excel. Сложные коэффициенты G_1 и G_2 являются константами для заданной толщины слоя и глубины скин-слоя. Расчёты могут быть упрощены, если результаты нормализуются по сопротивлению слоя обмотки постоянному току, равному 1 А.

Потери вследствие эффекта близости для 5-слойной обмотки дросселя

После ввода уравнений в выбранную программу нашими исходными данными становятся рабочая частота, толщина слоёв обмоток и количество слоёв. Полученные результаты выражаются в отношении сопротивления слоя обмотки переменному току к сопротивлению постоянному току R_{ac}/R_{dc} , как показано в **Таблице 1**.

Таблица 1. Отношения R_{ac}/R_{dc} на частоте 100 кГц для разной толщины слоёв 5-слойной обмотки дросселя

Толщина слоя	Номер слоя (1 = наружный)					Среднее R_{ac}/R_{dc}
	1	2	3	4	5	
0,3 мм $\Delta = 1,46$	1,35	3,91	9,04	16,74	27,01	11,6
0,6 мм $\Delta = 2,80$	2,81	14,87	39	75,19	123,45	51,1
0,9 мм $\Delta = 4,33$	4,33	22,25	58,1	111,86	183,55	76,0
1,1 мм $\Delta = 5,38$	5,38	26,95	70,09	134,8	221,08	91,7
0,3 мм 2 слоя	1,35	3,91	-	-	-	2,6

Если ранее вы не сталкивались с эффектом близости, результаты вас неприятно удивят. В первой строке данные для слоя из фольги толщиной 0.3 мм, что соответствует намотке слоя

проводом диаметром около 0.254 мм, при частоте 100 кГц. Отношение толщины слоя к глубине скин-слоя составляет 1.46 - вполне допустимое значение согласно правилам определения скин-эффекта.

Обратите внимание, как быстро возрастает значение R_{ac} у каждого последующего слоя. Самый внутренний слой имеет отношение R_{ac}/R_{dc} , равное 27, а среднее значение для 5 слоёв составляет 11.6!

Обычно, если потери в проводнике слишком велики, для их уменьшения просто увеличивают диаметр провода. В данном случае при удвоении толщины слоя (провод 0,511 мм) средний рост отношения R_{ac}/R_{dc} составит 51, а его значение для внутреннего слоя, отвод тепла от которого представляется наиболее проблематичным, достигает 123! Дальнейшее увеличение толщины слоя до 1.1 мм приводит к почти удвоению значения R_{ac}/R_{dc} .

Перераспределение токов в слоях в данном случае имеет более сложный вид, чем при однослойной обмотке. На **Рисунке 5** показано распределение плотностей и направлений токов в рассматриваемом примере. Полный ток в наружном слое распределяется по внутренней поверхности проводника, при этом его значение составляет 1А.

Во втором слое присутствуют уже две составляющие: на наружной поверхности слоя присутствует вихревой ток, создаваемый током, протекающим в первом слое. Направление вихревого тока противоположно направлению основного тока. Вторая составляющая протекает по внутренней стороне слоя и вдвое превышает значение тока на внешней стороне. Полный ток во втором слое равен полному току в первом слое, поскольку рассматриваемые слои входят в одну и ту же обмотку.

Ток в третьем слое также складывается из двух составляющих: на внешней стороне слоя присутствует вихревой ток со значением 2А с направлением, противоположным полному току, а по внутренней стороне протекает составляющая 3А. Аналогичным образом определяются значения для всех последующих слоёв.

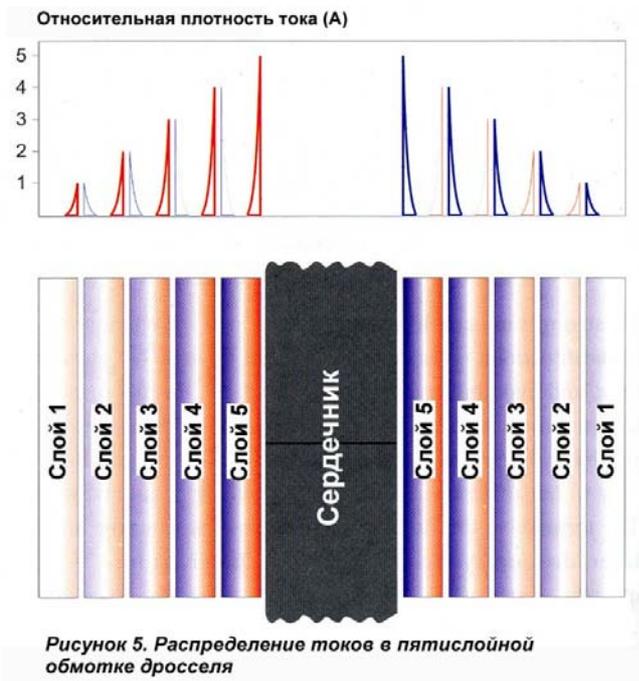


Рисунок 5. Распределение токов в пятислойной обмотке дросселя

Наиболее радикальным способом снижения потерь вследствие эффекта близости является уменьшение числа слоёв. В последней строке **Таблицы 1** приведены значения R_{ac}/R_{dc} для двухслойной обмотки. Среднее значение R_{ac}/R_{dc} для двух слоёв составляет всего 2.6 раза против 27 раз для пяти слоёв. В данном случае предпочтительнее использовать более тонкий провод, который уместится в два слоя, чем толстый провод, который потребует для своего размещения пяти слоёв.

Выбор правильного диаметра провода

Оптимальная толщина слоя – компромисс, балансирующий между потерями от скин-эффекта во внешних слоях и потерь от вихревых токов во внутренних слоях.

Прежде чем рассмотреть выбор оптимального диаметра провода для заданного применения, проанализируем форму тока в обмотке. Через обмотку дросселя DC-DC преобразователя будет протекать

значительная постоянная составляющая, как показано на **Рисунке 6**. Несмотря на значительный размах пульсаций, значение постоянной составляющей тока равно 6.26А, при этом действующее значение переменного тока составит всего 0.81 А. В большинстве случаев при анализе потерь от эффекта близости достаточно рассматривать ток в обмотке как сумму постоянной и переменной составляющих. Переменная составляющая определяется как сумма всех гармоник тока с ненулевой частотой. Потери по постоянному току определяются как

резистивные потери в меди. Для определения потерь по переменному току в данном случае в расчёт принимается только частота переключения. При проектировании дросселей потери по переменному току могут быть достаточно высокими, однако их часть в совокупных потерях окажется незначительной из-за высоких

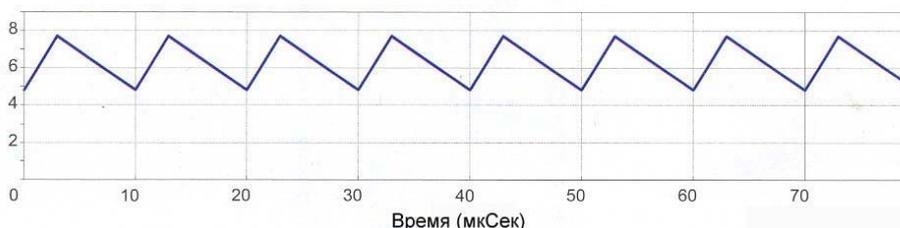
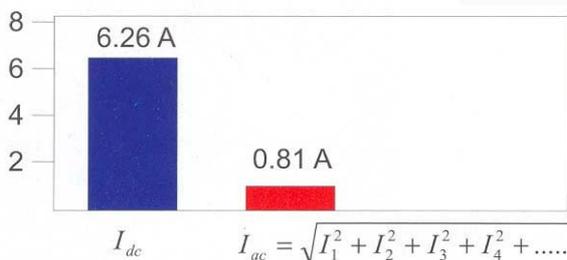


Рисунок 6. Форма и компоненты тока в обмотке дросселя

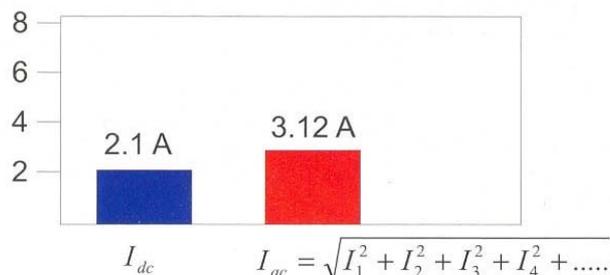
потерь по постоянному току. Это позволяет эффективно разрабатывать дроссели с многослойными обмотками, несмотря на значительные потери от эффекта близости.

В общем случае, процедура определения потерь в обмотках при несинусоидальном токе состоит из определения гармонического состава тока и сопротивления обмотки на переменном токе на каждой гармонике. Полные потери есть сумма произведений I^2R на каждой частоте (включая нулевую частоту). Тогда эффективное сопротивление находится как отношение мощности полных потерь к квадрату действующего значения тока.

Если преобразователь работает при

скважности импульса, близкой к двум, достаточно рассмотреть только основную частоту переключения. Иная форма сигнала потребует проведения более тщательных расчётов. Для обеспечения достаточной точности следует учитывать совокупность потерь, вносимых всеми гармоническими составляющими.

На высоких частотах и (или) уровнях мощности потери в обмотке оптимальной толщины могут оказаться еще очень высокими. Существует ряд методов проектирования различной эффективности, позволяющих дополнительно снизить высокочастотные потери в проводниках.



Ток в первичной обмотке трансформатора

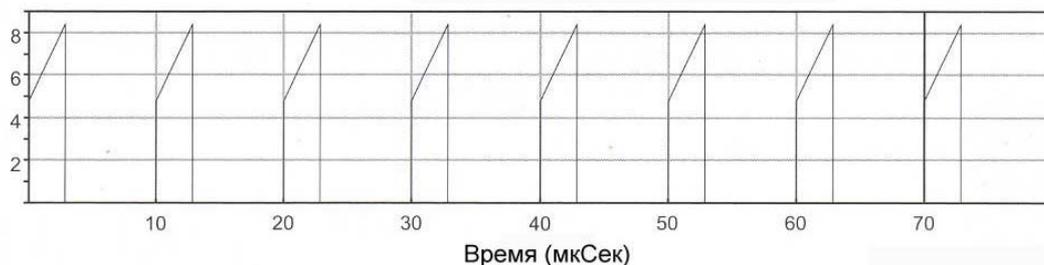


Рисунок 7. Форма и компоненты тока в обмотке трансформатора

Потери в обмотках трансформатора вследствие эффекта близости

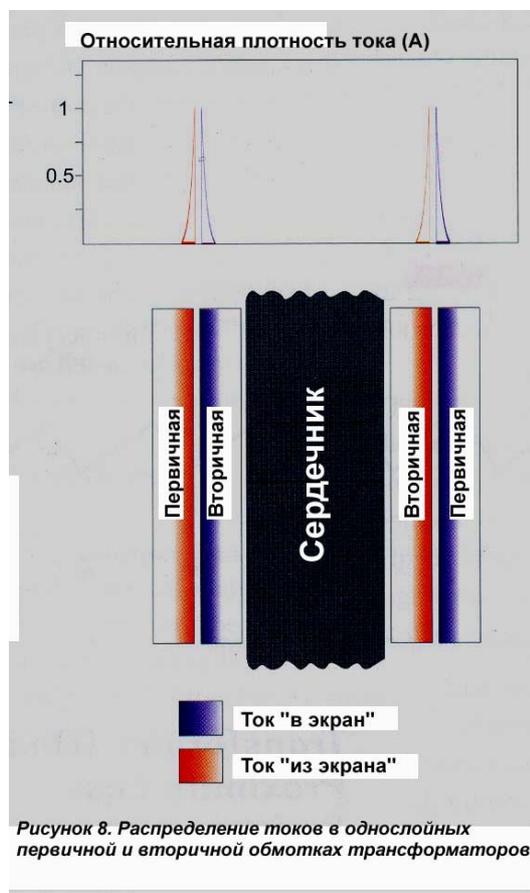


Рисунок 8. Распределение токов в однослойных первичной и вторичной обмотках трансформаторов

Как правило, переменная составляющая в обмотках трансформаторов соизмерима или значительно превышает постоянную составляющую тока (**Рисунок 7**). По этой причине следует избегать использования многослойных обмоток в трансформаторах.

К счастью, при проектировании трансформаторов возможен более гибкий подход, чем при проектировании дросселей. В обмотке дросселя весь ток течёт в одном направлении, поэтому мы можем варьировать только число слоёв и толщину провода.

В трансформаторах токи в первичной и вторичной обмотках текут в разном направлении. Если расположить одиночный слой первичной обмотки поверх одиночного слоя вторичной, токи в них будут течь так, как показано на **Рисунке 8**. Токи высокой частоты распределяются по поверхности проводника, стремясь компенсировать магнитное поле, наведённое соседней обмоткой. Определение потерь вследствие эффекта близости при однослойной первичной и вторичной обмотке совпадают с аналогичным расчётом для дросселя.

Если число слоёв должно быть больше одного, всегда следует стремиться к его уменьшению для избежания повышенных потерь. На **Рисунке 9** показано распределение токов в пятислойной первичной обмотке. Оно полностью совпадает с распределением токов в пятислойной обмотке дросселя, за исключением того, что в присутствующей вторичной обмотке ток течёт в противоположном направлении. Так как вторичная обмотка расположена в одном слое, для неё не имеет значения, как выполнена первичная обмотка (один или пять слоёв).

Из этого частного случая расположения обмоток следует интересное наблюдение. При низких частотах токи в слоях распределяются равномерно. Измеренная при этом индуктивность рассеяния между первичной и вторичной обмоткой достаточно велика.

На высоких частотах поля всех слоёв первичной обмотки компенсируются наведёнными вихревыми токами, достигающими значения 5А на внутреннем слое, непосредственно прилегающем ко вторичной обмотке. Разделение первичной и вторичной обмоток теперь невелико, измеренная индуктивность рассеяния окажется сравнительно небольшой. Зависимость индуктивности рассеяния от частоты является очень важной характеристикой при проектировании высокочастотных магнитных компонентов.

Если вы наблюдаете заметное изменение величины индуктивности рассеяния по мере увеличения частоты измерения до значения рабочей частоты преобразователя, это говорит о том, что вы получите значительные потери в трансформаторе вследствие эффекта близости.

Чередование слоёв обмоток трансформатора

В недорогих изделиях мы вынуждены выполнять намотку первичной и вторичной обмотки отдельно из-за требований к изоляции и нехватки места для изоляции каждого слоя. Однако, в идеальном трансформаторе слои первичной и вторичной обмотки должны чередоваться для уменьшения напряжённости полей и минимизации потерь вследствие эффекта близости.

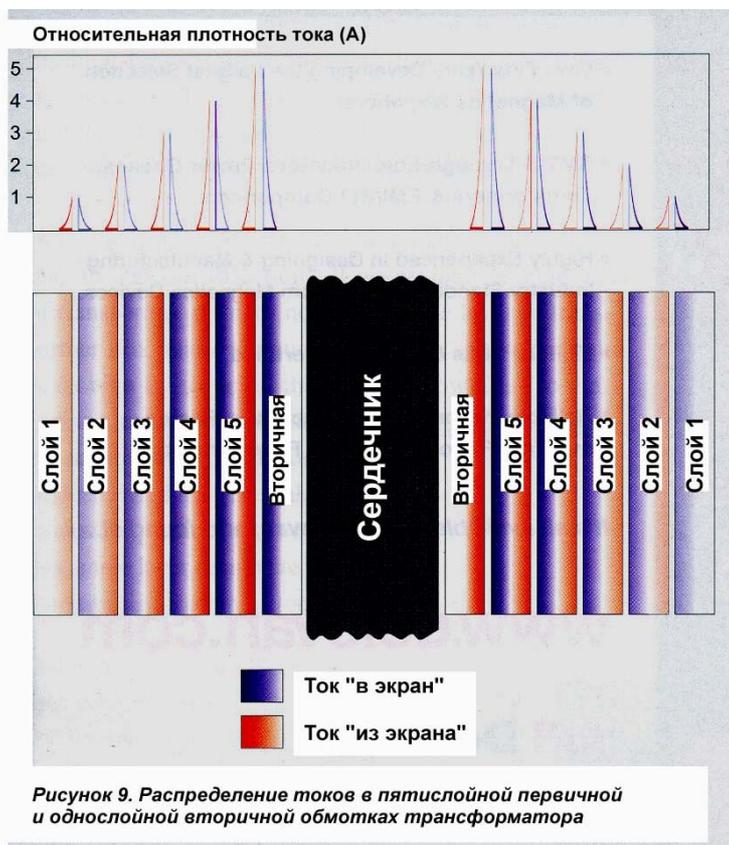


Рисунок 9. Распределение токов в пятислойной первичной и однослойной вторичной обмотках трансформатора

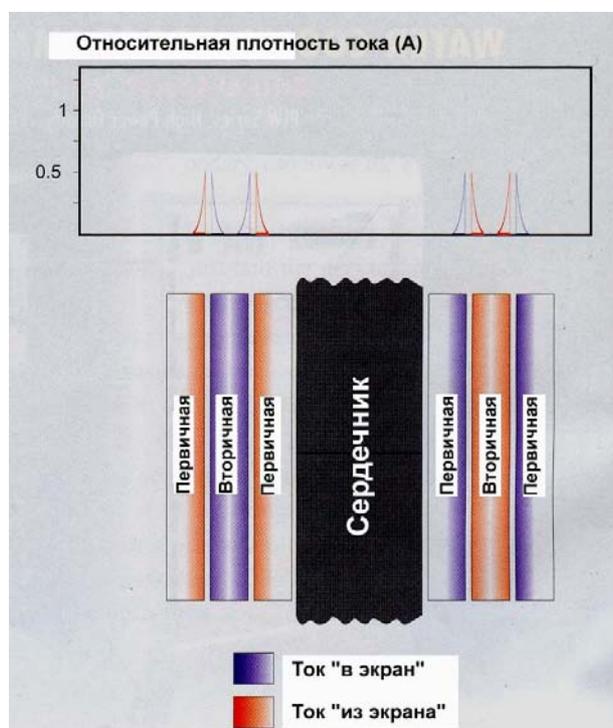


Рисунок 10. Распределение токов в трансформаторе с однослойной вторичной и разделённой первичной обмоткой

На **Рисунке 10** показано как разделение первичной обмотки на две части, наматываемых до и после слоя вторичной обмотки, способствует уменьшению потерь в трансформаторе.

Через каждый из слоёв первичной обмотки теперь протекает только половина полного тока, а потери вследствие эффекта близости такие же, как у однослойной обмотки. Такое решение позволяет в несколько раз уменьшить потери по сравнению с вариантом смежного расположения слоёв первичной обмотки.

Хотя конструкция вторичной обмотки остаётся неизменной в рамках рассматриваемых примеров, при разделении первичной обмотки потери во вторичной также уменьшатся, так как ток будет распределяться равномерно по внутренней и наружной поверхности, чем достигается значительно лучшее использование объёма проводника.

Заключение

При анализе любых работ, посвящённых определению потерь вследствие эффекта близости, неизменно очевидным становится одно простое правило:

располагайте проводники на удалении от сильных высокочастотных магнитных полей. Достичь этого можно несколькими способами. Наиболее простой из них – минимизировать количество слоёв. Это чрезвычайно важно для дросселей со значительной переменной составляющей тока в обмотке. Если конструкция дросселя не позволяет ограничиться одним слоем из-за требуемого числа витков, следует оптимизировать

толщину провода для достижения оптимального соотношения сопротивления по переменному току к активному сопротивлению обмотки при заданной форме сигнала. Точных формул для расчёта сопротивления по переменному току не существует ввиду большого разнообразия форм сигнала. Мы рекомендуем использовать основное уравнение определения потерь вследствие эффекта близости для нахождения оптимального баланса для вашей конструкции.

Для трансформаторов рекомендуется аналогичный подход: стараться ограничиваться однослойными обмотками, а при невозможности этого следует перемежать слои первичной обмотки слоями вторичных обмоток. На практике это не всегда достижимо при использовании традиционных методов межслойной изоляции из-за нехватки объёма или дороговизны изоляционного материала.

Планарные трансформаторы на основе сердечников типа ELP наилучшим образом приспособлены для организации чередования слоёв обмоток. В каждом слое печатной платы может быть расположено ограниченное количество витков, поэтому силовые обмотки трансформаторов преобразователей напряжения располагают, как правило, в нескольких слоях печатной платы. Это позволяет эффективно чередовать слои обмоток, располагая их в соседних слоях печатной платы. Будучи наиболее эффективными, планарные трансформаторы остаются достаточно дорогими из-за необходимости использования многослойных печатных плат. Хотя цены на планарные магнитопроводы значительно снизились, большинство производителей импульсных источников питания не могут использовать печатные платы с числом слоёв более двух, поэтому традиционные магнитопроводы по-прежнему остаются экономически наиболее эффективными.

Существует множество других аспектов, связанных с эффектом близости, такие как краевой эффект, искривление поля в зазоре магнитопровода, различные формы сечения проводников, которые ещё более усложняют разработку. В последующих статьях мы затронем некоторые из этих тем.